

mat4 24. 6. 2024. cijelo gradivo Ime:

1. Promatraj skup S kompleksnih brojeva $a + bi$ kojima su i imaginarni i realni dio cijeli brojevi.

- a) Je li skup S grupa s obzirom na zbrajanje ? (da/ne)
- b) Je li skup S grupa s obzirom na množenje ? (da/ne)
- c) Objasni zašto skup S nije polje.

2. U modularnoj aritmetici modulo broj 7 izračunaj $(3*2+1)*(3*2+2)*(3*3+3)$ gdje je $*$ množenje modulo 7 i $+$ zbrajanje modulo 7. Rezultat mora biti klasa kongruencije označena 0, 1, 2, 3, 4, 5 ili 6.

3. Definiraj grupu kao algebarsku strukturu.

4. Promatrajmo 2×2 matrice s elementima u tijelu kvaterniona, koji je definiran kao prsten čiji elementi su oblika $a + bi + cj + dk$ gdje su a, b, c, d realni brojevi koji komutiraju s i, j, k , a potonji se množe po pravilima $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, $ij = k$, $jk = i$, $ki = j$, $ji = -k$, $kj = -i$, $ik = -j$. Izračunaj (u svakom članu dobivene matrice elementi moraju biti oblika $a + bi + cj + dk$ gdje su a, b, c, d realni brojevi)

$$\begin{pmatrix} 1+i & 3k \\ i & i+j \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1-2k & i \\ k & -i \end{pmatrix}$$

5. Napiši sve inverzije i nadji duljinu permutacije $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

6. Napiši parametarsku jednadžbu pravca u prostoru koji prolazi kroz točke $A(1, 2, 7)$ i $B(1, 6, 4)$.

7. Podijeli polinome $P = x^3 + 2x^2 + x - 5$ i $S = x - 2$ s ostatkom. Provjeri rezultat pismeno.

8. Neka je $e = (e_1, e_2)$ baza od $\mathbb{R}^2$ dana vektorima $e_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ (u standardnoj bazi $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ od $\mathbb{R}^2$; $e_1 = 4 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ itd.)

Ako je linearni operator $h: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dan vrijednostima na bazi, $h(e_1) = -2e_1 + e_2$, $h(e_2) = 3e_1 + 3e_2$ napiši a) koliko je $h(e_1 + 3e_2)$ u bazi e_1, e_2 ; (koristi linearnost od g !)

b) Rezultat napiši i u standardnoj bazi.

c) Napiši vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ kao linearnu kombinaciju vektora baze e_1, e_2 .

9. Tri vrha paralelograma su redom $A(2, 1, -3)$, $B(4, 4, -2)$, $C(-1, 0, 1)$. Nadj:
- 1) četvrti vrh D koji je nasuprotan vrhu B ,
 - 2) koordinate sjecišta dijagonala S ,
 - 3) površinu P tog paralelograma
 - 4) jedinični vektor normale (vektor okomit na paralelogram duljine 1).