

mat4 24. 6. 2024. cijelo gradivo Ime:

1. U modularnoj aritmetici modulo broj 7 izračunaj $(3 * 4 + 1) * (3 * 4 + 2) * (3 * 4 + 3)$ gdje je $*$ množenje modulo 7 i $+$ zbrajanje modulo 7. Rezultat mora biti klasa kongruencije označena 0, 1, 2, 3, 4, 5 ili 6.

2. Promatrajmo 2×2 matrice s elementima u tijelu kvaterniona, koji je definiran kao prsten čiji elementi su oblika $a + bi + cj + dk$ gdje su a, b, c, d realni brojevi koji komutiraju s i, j, k , a potonji se množe po pravilima $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, $ij = k$, $jk = i$, $ki = j$, $ji = -k$, $kj = -i$, $ik = -j$. Izračunaj (u svakom članu dobivene matrice elementi moraju biti oblika $a + bi + cj + dk$ gdje su a, b, c, d realni brojevi)

$$\begin{pmatrix} 1+i & 3k \\ i & i+j \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1-2k & i \\ k & -i \end{pmatrix}$$

3. Napiši sve inverzije i nadjí duljinu permutacije $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

4. Definiraj polje kao algebarsku strukturu.

5. Napiši parametarsku jednadžbu pravca u prostoru koji prolazi kroz točke $A(2, 1, 7)$ i $B(3, 3, 4)$.

6. Podijeli polinome $P = x^3 + x^2 + 5$ i $S = x - 1$ s ostatkom. Provjeri rezultat pismeno.

7. Ako su tri vrha paralelograma u prostoru redom $A(2, 1, 3)$, $B(3, 4, 2)$, $C(1, 0, 1)$ nađi četvrti vrh D koji je nasuprotan vrhu B i sjecište dijagonala AC .

8. Neka je $e = (e_1, e_2)$ baza od \mathbb{R}^2 dana vektorima

$$e_1 = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} =$$

(u standardnoj bazi $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ od \mathbb{R}^2 ; $e_1 = 6 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ itd.)

Ako je linearni operator $h: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dan vrijednostima na bazi, $h(e_1) = -4e_1 + 2e_2$, $h(e_2) = 3e_1 + 3e_2$.

a) koliko je $h(e_1 + 3e_2)$ u bazi e_1, e_2 ; (koristi linearnost od g !)

b) Rezultat napiši i u standardnoj bazi.

c) Napiši vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ kao linearnu kombinaciju vektora baze e_1, e_2 .

9. Nadjni volumen trostrane piramide kojoj su tri vektora-stranice iz vrha $(2, 4, 1)$, $(1, 1, 1)$ i $(0, 8, 3)$.