

mat4 4. srpnja 2023. IME i PREZIME:

1. Promatraj ravninu N s jednadžbom $x + y + z + 1 = 0$ i točku $Q(0, 0, 1)$ koja je van ravnine. Nadj pravac p koji prolazi kroz Q , a okomit je na N u parametarskom obliku i probodište tog pravca s M (dakle okomitu projekciju Q na N).

2. Promatrajmo 2×2 matrice s elementima u tijelu kvaterniona, gdje je $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, $ij = k$, $jk = i$, $ki = j$, $ji = -k$, $kj = -i$, $ik = -j$. Izračunaj

$$\begin{pmatrix} j & 2 \\ i & k \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k+i & j \\ 1 & j \end{pmatrix}$$

3. Ispiši sve inverzije u permutaciji, napiši broj inverzija i paritet

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Promatramo trostranu piramidu kojoj su četiri vrha

$$E(2, 1, 0), F(-1, 2, 3), G(-2, 4, 1), H(0, 0, -2).$$

Nadji volumen piramide.

5. a) Definiraj normalnu podgrupu.

b) Napiši Cayleyev teorem u teoriji grupa..

c) Napiši Lagrangeov teorem u teoriji grupa.

6. Trokut $\triangle EFG$ ima koordinate vrhova (u ravnini) $A(1, 2, 3)$, $B(0, 1, 4)$, $G(2, 2, 2)$.
Nadji polovište stranice AB i koordinate težišta T tog trokuta.

7. Promatrajmo uspravni VALJAK takav da je njegov poprečni presjek kružnica polumjera 6 cm i visina 4 cm i opiši oko njega sferu. Dakle, gornja i donja osnovica valjka diraju sferu u svojim vanjskim obodima. Nadji obje površine ta dva dijela i njihov omjer: omjer površine (oplošja) sfere i površine valjka.

8. Neka je $e = (e_1, e_2)$ baza vektorskog prostora $\mathbb{R}^2$ gdje je

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad e_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(u standardnoj bazi $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ od $\mathbb{R}^2$; $e_1 = 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ itd.) i linearni operator $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dan vrijednostima na bazi, $h(e_1) = e_1 - e_2$, $h(e_2) = 2e_1 + e_2$.

a) koliko je $h(e_1 + e_2)$ u bazi e_1, e_2 ; (koristi linearnost od h !) ?

b) Rezultat napiši i u standardnoj bazi.

c) Napiši vektor $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ kao linearnu kombinaciju $\lambda e_1 + \mu e_2$ (nadji $\lambda, \mu \in \mathbf{R}$).

9. Nadjí kut izmedju ravnina $2x + 2y + 3z - 1 = 0$ i $3x + y + z - 1 = 0$ (priznaje se i ako nadjete samo kosinus ili sinus tog kuta).

10. Nadjí udaljenost od pravca $t \mapsto (-1 + t, -2 + t, 1 - 2t)$ do točke $A(1, 3, -1)$.