

## mat4 4. srpnja 2023. IME i PREZIME:

1. Promatraj ravninu  $M$  s jednadžbom  $3x + 3y + 2z - 3 = 0$  i točku  $P(1, 0, 1)$  koja je van ravnine. Nadj pravac  $p$  koji prolazi kroz  $P$ , a okomit je na  $M$  u parametarskom obliku i probodište tog pravca s  $M$  (dakle okomitu projekciju  $P$  na  $M$ ).

2. Promatrajmo  $2 \times 2$  matrice s elementima u tijelu kvaterniona, gdje je  $i^2 = j^2 = k^2 = -1$ ,  $ij = k$ ,  $jk = i$ ,  $ki = j$ ,  $ji = -k$ ,  $kj = -i$ ,  $ik = -j$ . Izračunaj

$$\begin{pmatrix} i & 3 \\ j & -k \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} j-i & i \\ 1 & i \end{pmatrix}$$

3. Ispiši sve inverzije u permutaciji, napiši broj inverzija i paritet

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 2 & 4 & 3 & 6 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Promatramo trostranu piramidu kojoj su četiri vrha

$$A(1, 3, 0), B(2, 1, 0), C(-1, 0, 3), D(0, 1, 2).$$

Nadji volumen piramide.

5. a) Definiraj djelitelja nula u prstenu.

b) Opiši primjer prstena koji ima djelitelje nula i izdvoji jedan takav djelitelj u tom prstenu.

c) Što je to lijeva susjedna klasa grupe  $G$  u odnosu na podgrupu  $H$  ?

6. Trokut  $\triangle EFG$  ima koordinate vrhova (u ravnini)  $E(1, 3), F(4, 5), G(5, 2)$ .  
Nadji polovište stranice  $EG$  i koordinate težišta  $T$  tog trokuta.

7. Promatrajmo uspravni VALJAK takav da je njegov poprečni presjek kružnica radijusa 8 cm i visina 5 cm i opiši oko njega sferu. Dakle, gornja i donja osnovica valjka diraju sferu u svojim vanjskim obodima. Nadji obje površine ta dva dijela i njihov omjer: omjer površine (oplošja) sfere i površine valjka.

8. Neka je  $e = (e_1, e_2)$  baza od  $\mathbb{R}^2$  dana vektorima

$$e_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

(u standardnoj bazi  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  od  $\mathbb{R}^2$ ;  $e_1 = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  itd.) i linearni operator  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dan vrijednostima na bazi,  $g(e_1) = -e_1 + e_2$ ,  $g(e_2) = 3e_1 + 1e_2$ .

a) koliko je  $g(2e_1 - e_2)$  u bazi  $e_1, e_2$  (koristi linearnost od  $g$ !) ?

b) Rezultat napiši i u standardnoj bazi.

c) Napiši vektor  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  kao linearnu kombinaciju  $\alpha e_1 + \beta e_2$  (nadji  $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ ).

9. Nadjí kut izmedju ravnina  $2x + 2y + 3z - 1 = 0$  i  $x + 2y + 1 = 0$  (prizna je se i ako nadjete samo kosinus ili sinus tog kuta).

10. Nadjí udaljenost od pravca  $t \mapsto (2 + t, 3 + t, 1 - 2t)$  do točke  $A(1, 3, 4)$ .