

mat4 15.6.2022. IME i PREZIME:

1. Ako vektori $\vec{CB} = \vec{i} + 2\vec{k}$ i $\vec{CA} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ odgovaraju dvjema stranicama trokuta u prostoru i idu iz istog vrha C , nađi kut γ između te dvije stranice i vektor $\vec{AB}$ koji odgovara trećoj stranici.

2. Definiraj a) prsten, b) djelitelj nule u prstenu.

3. Promatrajmo skup M 2 puta 2 matrica kojima su elementi kompleksni brojevi. Taj skup je prsten s obzirom na uobičajeno zbrajanje i množenje 2 puta 2 matrica, dakle između ostalog aditivna Abelova grupa (s obzirom na $+$) i multiplikativni monoid (s obzirom na $\cdot$). Promatrajmo funkciju $f : M \rightarrow M$ koja je dana formulom

$$f \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a & 2b \\ 3c & 3d \end{pmatrix}$$

Pokaži je li ili nije to preslikavanje homomorfizam

- a) aditivnih grupa
- b) multiplikativnih monoida

4. Promatrajmo kosi valjak takav da je kut između osi valjka i okomice na osnovicu valjka $\pi/6$. Ako je volumen valjka 100 kubičnih centimetara i osnovica valjka je krug površine 10 kvadratnih centimetara, kolika je visina valjka H i kolika je duljina c svake izvodnice valjka (izvodnice spajaju ekvivalentne točke na rubu gornje i donje osnovice valjka).

5. Neka je $e = (e_1, e_2)$ baza od $\mathbb{R}^2$ dana vektorima $e_1 = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ (u standardnoj bazi $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ od $\mathbb{R}^2$; $e_1 = 6 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ itd.)

Ako je linearni operator $h: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dan vrijednostima na bazi, $h(e_1) = -2e_1 + e_2$, $h(e_2) = 3e_1 + 2e_2$.

- koliko je $h(2e_1 + 3e_2)$ u bazi e_1, e_2 ; (koristi linearnost od g !)
- Rezultat napiši i u standardnoj bazi.

6. Nadji kut izmedju ravnina $2x + y + z - 2 = 0$ i $3x + y + 1 = 0$ (priznaje se i dovoljno je i ako nadjete samo kosinus ili sinus tog kuta).

7. Pokaži da pravac dan parametrizacijom $t \mapsto (2 + 3t, -4 + 5t, 2 + 2t)$ i pravac dan parametrizacijom $t \mapsto (4 + 2t, 2t, -1 + 10t)$ pripadaju jednoj te istoj i pri tome jedinstvenoj ravnini tako da nadješ njihovo jedinstveno sjecište P . Nadji i vektor normale (okomice) na tu ravninu (koji je dakle okomit na vektore uzduž oba zadana vektora).

8. Pravilni teatraedar (pravilna trostrana piramida kojoj su sve stranice sukladni jednakostranični trokuti) ima stranicu od 5 metara. Nadj površinu (oplošje), visinu i volumen (obujam) tetraedra. (Oplošje je lakše, 4 jednakos-tranična trokuta, za volumen treba malo crtati presjeke da se najprije nadj visina.)

9. Nadjí udaljenost od točke $P(2, 1, 6)$ do pravca $\vec{r}(t) = (2t - 2)\vec{i} + t\vec{j} + (-t + 1)\vec{k}$