

mat4 7.9.2016. IME i PREZIME:

1. Od a-f zaokruži koje su tvrdnje (uvijek) točne:

a) u prstenu $(A, \cdot, +, 1, 0)$ uvijek vrijedi $0 \cdot a = 0$ gdje je 0 neutralni element u Abelovoj grupi $(A, +)$.

b) ako je $H \subset G$ normalna podgrupa tada $gh = hg$ za sve $g \in G$ i $h \in H$

c) podskup monoida je monoid s obzirom na restrikciju iste binarne operaciju akko je taj podskup zatvoren u odnosu na binarnu operaciju monoida

d) u tijelu mogu postojati djelitelji nule $a \neq 0$

e) skup vektora u vektorskom prostoru je Abelova grupa

f) ako matrica A ima 3 retka i 4 stupca, a matrica B ima 2 retka i 3 stupca tada je produkt matrica BA definiran

g) broj lijevih susjednih klasa podgrupe $H \subset G$ jednak je broju njenih desnih susjednih klasa

$$2. \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 7 & 0 \end{pmatrix} =$$

3. Ako su $g, h \in M$ elementi u monoidu $(M, \cdot)$ s neutralnim elementom e izrazi algebarski uvjet da je h desni inverz od g . Ako koristiš neku algebarsku operaciju, onda je označi gdje god se koristi.

4. Izračunaj kompoziciju permutacija skupa $\{A, B, C, D\}$ (gornji red je početno, a donji red u svakom stupcu završno stanje, kao i obično)

$$\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ D & C & D & A \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ D & C & B & A \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ A & D & C & B \end{pmatrix} =$$

5. Promatrajte skup strogo *negativnih* racionalnih brojeva $\mathbb{Q}_-$, i skup svih parnih cijelih brojeva $2\mathbb{Z} = \{0, \pm 2, \pm 4, \pm 6 \dots\}$. Za svaki od ta dva skupa napišite da li je

- (i) grupa za zbrajanje _____
- (ii) monoid za množenje _____
- (iii) polugrupa za množenje _____
- (iv) polugrupa za zbrajanje _____
- (v) prsten _____

6. Pomnoži polinome $P = y^2 + 1$ i $Q = y - 2$ i rezultat MNOŽENJA $R = P \cdot Q$ PODIJELI polinomom $T = y + 3$ s ostatkom. Oni koeficijenti rezultata koji nisu cijeli neka budu napisani kao razlomci.

7. Definiraj što je to polje ?

8. Neka je $e = (e_1, e_2)$ baza od $\mathbb{R}^2$ dana vektorima

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(u standardnoj bazi $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ od $\mathbb{R}^2$; $e_1 = 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ itd.)

Ako za linearni operator $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ vrijedi $g(e_1) = 2e_1 + e_2$, $g(e_2) = e_1 - 2e_2$, koliko je $g(3e_1 - e_2)$? (u bazi e_1, e_2 ; koristi linearnost od g !)

8. Definiraj što je to desna susjedna klasa u grupi G u odnosu na podgrupu $H \subset G$. Koliko ima desnih susjednih klasa grupe H od 15 elemenata u odnosu na podgrupu od 4 elementa ?

9. Definiraj što je izomorfizam grupa $f : G \rightarrow H$ (napiši uvjet simbolički, ne samo opisno).

10. Da li je preslikavanje $f : (\mathbb{Z}, +) \rightarrow (\mathbb{Z}, +)$ dano s $f(n) = n + 2$ homomorfizam (aditivnih) grupa ? Što treba provjeriti ? Objasni zašto je ili nije homomorfizam.