zadarmat4 28.6.2016.

IME i PREZIME:

1. Od a-f zaokruži koje su tvrdnje (uvijek) točne:

a) u prstenu $(A, \cdot, +, 1, 0)$ uvijek vrijedi $0 \cdot a = 0$ gdje je (0 neutralni element u Abelovoj grupi $(A, +)$).

b) podskup grupe je podgrupa akko je taj podskup zatvoren u odnosu na binarnu operaciju polugrupe

c) podskup monoida je monoid s obzirom na restrikciju iste binarne operaciju akko je taj podskup zatvoren u odnosu na binarnu operaciju monoida

d) u polju nema djelitelja nule $a \neq 0$

e) skup skalara u vektorskom prostoru je polje

f) ako matrica A ima 5 redaka i 4 stupca, a matrica B ima 2 retka i 5 stubaca tada je produkt matrica BA definiran

2. Izračunaj produkt matrica

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 3 \\ 0 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 & 2 \\ 5 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} =$$

3. Ako su $g, h \in M$ elementi u magmi $(M, \cdot)$ s neutralnim elementom e izrazi algebarski uvjet da je h lijevi inverz od g. Ako koristiš neku algebarsku operaciju, onda je označi gdje god se koristi.

4. Izračunaj kompoziciju permutacija skupa $\{A, B, C, D\}$ (gornji red je početno, a donji red u svakom stupcu završno stanje, kao i obično)

$$\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ C & A & D & B \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ A & C & B & D \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ D & A & C & B \end{pmatrix} =$$

5. Promatrajte skup strogo pozitivnih racionalnih brojeva $\mathbb{Q}_+$, i skup svih parnih cijelih brojeva $2\mathbb{Z} = \{0, \pm 2, \pm 4, \pm 6 \ldots\}$. Za svaki od ta dva skupa napišite da li je

(i) grupa za zbrajanje ____________________________

(ii) monoid za množenje ____________________________

(iii) polugrupa za množenje ____________________________

(iv) polugrupa za zbrajanje ____________________________

(v) prsten ____________________________

6. Pomnoži polinome $P = 2y^2 - 1$ i $Q = y - 1$ i rezultat MNOŽENJA $R = P \cdot Q$ PODIJELI polinomom $T = y + 3$ s ostatkom. Oni koeficijenti rezultata koji nisu cijeli neka budu napisani kao razlomci.

7. Definiraj što je to vektorski prostor ?

8. Neka je $e = (e_1, e_2)$ baza od $\mathbb{R}^2$ dana vektorima

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad e_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(u standardnoj bazi $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ od $\mathbb{R}^2$; $e_1 = 1\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ itd.)

Ako za linearni operator $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ vrijedi $f(e_1) = 2e_1 + 2e_2$, $f(e_2) = e_1 - e_2$, koliko je $f(e_1 + 2e_2)$? (u bazi e_1, e_2; koristi linearnost od f!)

8. Definiraj što je to lijeva susjedna klasa u grupi G u odnosu na podgrupu $H \subset G$. Koliko ima lijevih susjednih klasa grupe H od 12 elemenata u odnosu na podgrupu od 4 elementa ?

9. Definiraj što je homomorfizam grupa $f : G \to H$ (napiši uvjet simbolički, ne samo opisno).

10. Da li je preslikavanje $f : (\mathbb{Z}, +) \to (\mathbb{Z}, +)$ dano s $f(n) = n + 3$ homomorfizam (aditivnih) grupa ? Što treba provjeriti ? Objasni zašto je ili nije homomorfizam.