mat4

1. Definiraj kad je binarna relacija tranzitivna.

$R \subset X \times X$ je tranzitivna ako za sve $a, b, c \in X$ iz aRb i bRc slijedi aRc

2. Koji realni brojevi, zapisani kao beskonačni decimalni brojevi nisu racionalni (kako se to vidi iz njihovog zapisa) ?

Ako nisu ni konačni decimalni brojevi niti decimalni brojevi s periodičkim ponavljanjem.

3. Što je to baza vektorskog prostora ?

Podskup koji istovremeno razapinje taj prostori koja je linearno nezavisna. Ekvivalentno: podskup skupa vektora je baza ako se svaki vektor da napisati kao linearna kombinacija elemenata iz tog podskupa i to na jedinsten način.

4. Je li $\mathbb{N}$ prsten s obzirom na standardno množenje i zbrajanje ?

Ne, jer nema suprotne elemente.

5. Definiraj grupu.

Skup sa svuda definiranom binarnom algebarskom operacijom (zatvorenost) koja je asocijativna, ima neutralni element i svaki njen element ima obostrani inverz.

6. Kada kaženo da je preslikavanje f iz skupa vektora vektorskog prostora V u skup vektora vektorskog prostora W (nad istim poljem) aditivno ?

Ako za svaka dva vektora v, $v' \in V$, vrijedi $f(v + v') = f(v) + f(v')$.

7. Što je to linearna ljuska nekog skupa S u vektorskom prostoru V ?

Skup svih linearnih kombinacija vektora iz tog skupa.

8. Koliko permutacija ima na skupu od n elemenata ? $n!$

9. Izreci Cayleyev teorem iz teorije grupa.

Svaka grupa izomorfna je podgrupi grupe permutacija nekog skupa (npr. samog sebe, jer je izomorfna podgrupi permutacija same sebe koja se sastoji od onih permutacija koje su oblika $h \mapsto g \cdot h$).

10. Definiraj zbroj dva *cijela* broja, ako znamo što je zbroj dva prirodna broja (i znamo zbrajanje s 0 koje ne treba komentirati) i ako znamo što je to apsolutna vrijednost cijelog broja ?

Ako su oba broja pozitivna (ili 0) onda je to njihov zbroj kao prirodnih brojeva. Ako su oba negativna onda je to zbroj njihovih apsolutnih vrijednosti kao prirodnih brojeva i taj zbroj je s minus predznakom. Ako je jedan pozitivni, a drugi negativni tada je to razlika apsolutne vrijednosti onog koji ima veću apsolutnu vrijednost minus apsolutna vrijednost onog koji ima manju apsolutnu vrijednost i rezultatu se pridaje predznak onog od dva broja koji ima veću apsolutnu vrijednost.

11. Ako kompleksne brojeve gledamo kao parove realnih brojeva (a, b), napiši imaginarnu jedinicu u tim terminima. Rjevsenje: $(0, 1)$

12. Kad dva razlomka $\frac{a}{b}$ i $\frac{c}{d}$, gdje je $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ i $c, d \neq 0$ imaju istu vrijednost kao racionalni broj ?

Ako je $ad = bc$

13. Kad je po definiciji podgrupa H grupe G normalna podgrupa ?

Kad je za svaki $g \in G$ lijeva susjedna klasa Hg kao skup jednaka desnoh gH.

14. Što je to prost prirodan broj?

Broj veći od 1 koji je djeljiv samo s 1 i samim sobom i ni jednim drugim prirodnim brojem.

15. Kad je skup konačan ?

Ako ne postoji bijekcija s njega na neki njegov pravi podskup.

16. Kad je po definiciji beskonačan skup prebrojivo beskonačan ?

Ako postoji bijekcija izmedju tog skupa i skupa prirodnih brojeva $\mathbb{N}$.

17. Definiraj homomorfizam grupa $f : (G, \cdot) \to (H, \bullet)$. Ako $\forall g, g' \in G$ $f(g \cdot g') = f(g) \bullet f(g')$

18. Neka je $K = (K, \cdot, +, 1, 0)$ polje i V vektorski prostor nad K. Nabroji definicijska svojstva množenja skalara s vektorom.

To je preslikavanje $K \times V \to V$, $(k, v) \mapsto k \bullet v$ tako da za sve $v, w \in V$ i sve $\lambda, \mu \in K$ vrijedi $(\lambda + \mu) \bullet v = \lambda \cdot v + \mu \cdot v$, $(\lambda \cdot \mu) \bullet v = \lambda \bullet (\mu \bullet v)$, $1 \bullet v = v$ i $\lambda \bullet (v + w) = \lambda \bullet v + \mu \bullet w$.

19. Izreci princip matematičke indukcije.

Ako je $S \subseteq \mathbb{N}$ i vrijedi $1 \in S$ i $(\forall n \in \mathbb{N})(n \in S \Rightarrow (n + 1) \in S)$, tada je $S = \mathbb{N}$.

20. Ako su $m, n \in \mathbb{N}$ što znači da m dijeli n, tj. $m|n$?

To znači da postoji k prirodan broj tako da $m \cdot k = n$.

22. Je li broj $\sqrt{2}$ racionalan ? NIJE.

23. Napiši pravilo za dijeljenje racionalnih brojeva (pripazi i kad je definirano i da su racionalni brojevi klase ekvivalencije razlomaka).

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \begin{cases} \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \text{ ako } c \neq 0 \\ \text{nije definirano ako } c = 0 \end{cases}$$