

mat4 20. rujna 2017. IME i PREZIME:

Vektor $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z) = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$. Duljina vektora $\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$. Skalarni umnožak $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$, vektorski umnožak $\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y)\vec{i} + (a_z b_x - a_x b_z)\vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\vec{k}$, $\|\vec{a} \times \vec{b}\| = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \sin \angle(\vec{a}, \vec{b})$. Ravnina $Ax + By + Cz + D = 0$, normala u smjeru (A, B, C) . Rotacija $\vec{b}$ za ϕ , $b'_x = b_x \cos \phi - b_y \sin \phi$, $b'_y = b_x \sin \phi + b_y \cos \phi$.

1. Vektor kojem su vrhovi $A(9, 2)$ i $B(-1, 3)$ zarotiramo oko točke A u pozitivnom smjeru za 30° . a) Nadji komponente novog vektora. b) Nadji točku B' u koju će se prelikati točka B .

2. Napiši definiciju tijela (u smislu algebarske strukture).

3. Sustav jednadžbi

$$\begin{aligned} 2x - y &= 4 \\ -2x + 5y &= 3 \end{aligned}$$

riješi pomoću determinanti, tj. Cramerovim pravilom.

4. Od 7 ljudi biramo troje koji će ići na put. Na putovanju mogu posjetiti 4 od 6 najvećih gradova Italije. Koliko različitih kombinacija (putnici, gradovi) se može desiti slučajnim odabirom ?

5. Koji od skupova $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ i $3\mathbb{Z} = \{y \in \mathbb{Z} \mid \exists z \in \mathbb{Z}, y = 3z\}$ su a) multiplikativne grupe, b) aditivne grupe (s obzirom na obične operacije množenja, odnosno zbrajanja).

6. Podijeli polinome $(3/2)x^2 - (1/2)x - 5/2$ s $1/3x - 1$ s ostatkom.

7. Nadjí jednadžbu pravca koji je okomit na pravac $x + 4y + 1 = 0$ i prolazi kroz točku $(1, 1)$.

8. Neka je $e = (e_1, e_2)$ baza od $\mathbb{R}^2$ dana vektorima

$$e_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad e_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(u standardnoj bazi $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ od $\mathbb{R}^2$; $e_1 = 5 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ itd.)

Ako za linearni operator $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ vrijedi $g(e_1) = e_1 - 2e_2$, $g(e_2) = e_1 + e_2$, koliko je $g(e_1 + 4e_2)$

a) u bazi e_1, e_2 ; koristi linearnost od g !

b) u standardnoj bazi

9. Izreci Lagrangeov teorem o konačnim grupama.

10. Je li preslikavanje $f : (\mathbb{Z}, +) \rightarrow (\mathbb{Z}, +)$ dano s $f(n) = -2n$ homomorfizam (aditivnih) grupa ? Što treba provjeriti ? Objasni zašto je ili nije homomorfizam.

11. Nadj volumen paralelepipeda kojem su četiri susjedna vrha $A(2, 0, 1)$, $B(3, 2, 1)$, $C(4, 0, 0)$, $D(0, 2, 0)$.