

mat4 7. rujna 2017. IME i PREZIME:

Vektor $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z) = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$. Duljina vektora $\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$. Skalarni umnožak $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$, vektorski umnožak $\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y)\vec{i} + (a_z b_x - a_x b_z)\vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\vec{k}$, $\|\vec{a} \times \vec{b}\| = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \sin \angle(\vec{a}, \vec{b})$. Ravnina $Ax + By + Cz + D = 0$, normala u smjeru (A, B, C) . Rotacija $\vec{b}$ za ϕ , $b'_x = b_x \cos \phi - b_y \sin \phi$, $b'_y = b_x \sin \phi + b_y \cos \phi$.

1. Nadjite parametarsku jednadžbu pravca u prostoru koji prolazi kroz točke $A(9, 2, 3)$ i $B(-1, 0, 6)$.

2. Napišite definiciju prstena.

3. Sustav jednadžbi

$$\begin{aligned} 2x - y &= 7 \\ -2x + 3y &= 3 \end{aligned}$$

riješite pomoću determinanti, tj. Cramerovim pravilom.

4. Na raspolaganju imamo 6 slova: tri kopije slova A , dvije kopije slova B i jedno slovo C . Koliko različitih “riječi” od tih 6 slova možemo sastaviti, a da upotrijebimo svih 6 kopija. Npr. $AAABBC$, $ABABCA$ su različite riječi.

5. Promatraj skup $S = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ svih realnih brojeva različitih od nule.

a) Je li skup S grupa s obzirom na zbrajanje ? (da/ne)

b) Je li skup S grupa s obzirom na množenje ? (da/ne)

c) Ako na skupu strogo pozitivnih realnih brojeva $\mathbb{R}^+$ definiramo novu operaciju $a \circ b = \frac{a \cdot b}{a+b}$ pokaži općenitim računom (ne primjerom) da je ona asocijativna na cijelom $\mathbb{R}^+$.

6. Polinom $P = z^3 - z^2 - 1$ PODIJELI polinomom $T = z + 3$ s ostatkom. Oni *koeficijenti* rezultata koji nisu cijeli neka budu napisani kao razlomci.

7. Nadjí jednadžbu pravca koji je okomit na pravac $3x + 2y + 1 = 0$ i prolazi kroz točku $(1, 0)$.

8. Neka je $e = (e_1, e_2)$ baza od $\mathbb{R}^2$ dana vektorima

$$e_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad e_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(u standardnoj bazi $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ od $\mathbb{R}^2$; $e_1 = 4 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ itd.)

Ako za linearni operator $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ vrijedi $g(e_1) = e_1 + 2e_2$, $g(e_2) = 2e_1 - e_2$, koliko je $g(e_1 + 3e_2)$

- a) u bazi e_1, e_2 ; koristi linearnost od g !
- b) u standardnoj bazi

9. Izreci Cayleyev teorem o grupama.

10. Je li preslikavanje $f : (\mathbb{Z}, +) \rightarrow (\mathbb{Z}, +)$ dano s $f(n) = -2n$ homomorfizam (aditivnih) grupa ? Što treba provjeriti ? Objasni zašto je ili nije homomorfizam.

11. Nadj i volumen trostrane prizme kojoj je jedna baza trokut $\triangle ABC$ s $A(2, 0, 1)$, $B(3, 2, 1)$, $C(4, 0, 0)$, a njoj sukladna druga baza $\triangle A'B'C'$ ima vrh $A'(-1, -1, 0)$.