

mat4 28.6.2017. IME i PREZIME:

Vektor $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z) = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$. Duljina vektora $\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$. Skalarni umnožak $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$, vektorski umnožak $\vec{a} \times \vec{b} = (a_x b_y - a_y b_x) \vec{i} + (a_y b_z - a_z b_y) \vec{j} + (a_z b_x - a_x b_z) \vec{k}$, $\|\vec{a} \times \vec{b}\| = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \sin \angle(\vec{a}, \vec{b})$. Jednadžba ravnine $Ax + By + Cz + D = 0$, vektor normale u smjeru (A, B, C) . Parametarska jednadžba pravca $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{a}t$.

1. Na koliko načina možemo iz grupe od 3 žene i 3 muškarca izabrati četvoro ljudi, a da bar jedno od njih bude žena ?

2. Neka su $A(1, 2, 1)$, $B(3, 0, 1)$, $C(0, 0, -1)$, $D(0, 2, 2)$ četiri su vrha tetraedra (piramide s 4 vrha). Nadjite njen volumen.

3. Nadjite kompleksni broj $\det A$ koji je determinanta matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -i & 0 \\ 1+i & i & 2 \end{pmatrix}$ (čiji su elementi kompleksni brojevi, $i = \sqrt{-1}$)

4. Izračunaj kompoziciju permutacija skupa $\{A, B, C, D\}$ (gornji red je početno, a donji red u svakom stupcu završno stanje, kao i obično)

$$\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ B & A & C & A \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ A & B & D & C \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ C & A & B & D \end{pmatrix} =$$

5. Promatraj skup S kompleksnih brojeva $a + bi$ kojima su i i imaginarni i realni dio cijeli brojevi.

- a) Je li skup S grupa s obzirom na zbrajanje ? (da/ne)
- b) Je li skup S grupa s obzirom na množenje ? (da/ne)
- c) Objasni zašto skup S nije polje.

6. Polinom $P = x^3 + x - 1$ PODIJELI polinomom $T = -x + 1$ s ostatkom. Oni koeficijenti rezultata koji nisu cijeli neka budu napisani kao razlomci.

7. Rotiraj vektor $\vec{i} + \vec{j}$ za $\pi/3$ radijana u pozitivnom smislu. Izračunaj dobiveni vektor. $\cos(\pi/3) = 1/2$, $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$.

8. Nadj kut izmedju ravnina $2x + y + z - 2 = 0$ i $3x + y + 1 = 0$ (priznaje se i kosinus ili sinus tog kuta).

9. Definiraj prsten.

10. Da li je preslikavanje $f : (\mathbb{Z}, \cdot) \rightarrow (\mathbb{Z}, +)$ dano s $f(x) = 2 + x$ homomorfizam (multiplikativnih) grupa ? Što treba provjeriti ? Objasni zašto je ili nije homomorfizam.

11. Nadjí udaljenost od točke $D(0, 0, 5)$ do ravnine koja sadrži točke $A(1, 0, -1)$, $B(1, 1, 2)$, $C(2, 0, 0)$.