

## mat4 13.9.2016. IME i PREZIME:

Vektor  $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z) = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ . Duljina vektora  $\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$ . Skalarni umnožak  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$ , vektorski umnožak  $\vec{a} \times \vec{b} = (a_x b_y - a_y b_x)\vec{i} + (a_y b_z - a_z b_y)\vec{j} + (a_z b_x - a_x b_z)\vec{k}$ ,  $\|\vec{a} \times \vec{b}\| = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \sin \angle(\vec{a}, \vec{b})$ . Jednadžba ravnine  $Ax + By + Cz + D = 0$ , vektor normale u smjeru  $(A, B, C)$ . Parametarska jednadžba pravca  $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{a}t$ .

1. Na koliko načina možemo iz grupe od 3 žene i 4 muškarca izabrati troje ljudi, a da bar jedno od njih bude žena ?

2. Neka su  $A(1, 2, 1)$ ,  $B(3, 0, 1)$ ,  $C(0, 0, -1)$  tri točke koje leže na nekoj ravnini  $M$  u prostoru. Nadji vektor u prostoru koji je okomit na tu ravninu, a duljina mu je jednaka površini trokuta  $\triangle ABC$ .

3. Nadji kompleksni broj  $\det A$  koji je determinanta matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ i & i & 0 \\ 1-i & 0 & 1 \end{pmatrix}$   
(čiji su elementi kompleksni brojevi,  $i = \sqrt{-1}$ )

4. Izračunaj kompoziciju permutacija skupa  $\{A, B, C, D\}$  (gornji red je početno, a donji red u svakom stupcu završno stanje, kao i obično)

$$\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ B & A & C & A \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ A & B & D & C \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ C & A & B & D \end{pmatrix} =$$

5. Promatraj skup  $S = 2\mathbb{Z}$  svih parnih CIJELIH brojeva.

- a) Je li skup  $S$  grupa s obzirom na zbrajanje ? (da/ne)
- b) Je li skup  $S$  grupa s obzirom na množenje ? (da/ne)
- c) Ako na skupu svih parnih PRIRODNIH brojeva  $2\mathbb{N}$  definiramo novu operaciju  $a \circ b = \frac{a \cdot b}{2}$  pokaži općenitim računom (ne primjerom) da je ona asocijativna na cijelom  $2\mathbb{N}$  i da je 2 neutralni element za  $\circ$ .

6. Polinom  $P = x^3 + x^2 - 1$  PODIJELI polinomom  $T = x - 2$  s ostatkom. Oni koeficijenti rezultata koji nisu cijeli neka budu napisani kao razlomci.

7. Nadjí jednadžbu pravca koji je okomit na pravac  $x + 2y + 1 = 0$  i prolazi kroz točku  $(1, 1)$ .

8. Nadjí udaljenost od točke  $P(2, 2, 2)$  do ravnine  $2x + y + z - 2 = 0$ .

9. Rotiraj vektor  $2\vec{i} + \vec{j}$  za  $30^\circ$  u smjeru kazaljke na satu. Koji vektor dobijemo ?  $\cos 30^\circ = 1/2$ ,  $\sin 30^\circ = \sqrt{3}/2$ .

10. Da li je preslikavanje  $f : (\mathbb{Z}, +) \rightarrow (\mathbb{Z}, +)$  dano s  $f(x) = 2 \cdot x$  homomorfizam (aditivnih) grupa ? Što treba provjeriti ? Objasni zašto je ili nije homomorfizam.

11. Nadji volumen uspravne prizme čija je osnovica paralelogram s tri susjedna vrha redom  $D(0, 0, 1)$ ,  $A(1, 0, -1)$ ,  $B(1, 1, 2)$ , a visina na tu osnovicu je duljine 3.