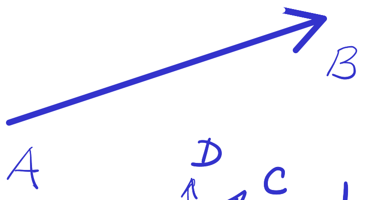
Matematika 4, 14. travnja 2021.

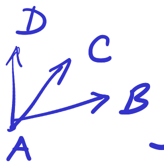
Vektorski prostor, 1. vektori u Euklidskom prostoru/ravnini, a onda aksiomatski općenito

učvršćeni vektor = usmjerena dužina = dužina kojoj znamo koji je početak, a koji kraj

u točki A



Dužina od A do B je najmanji konveksni skup koji sadrži A i B (gdje su A i B različite) = skup svih točaka koje leže između A i B

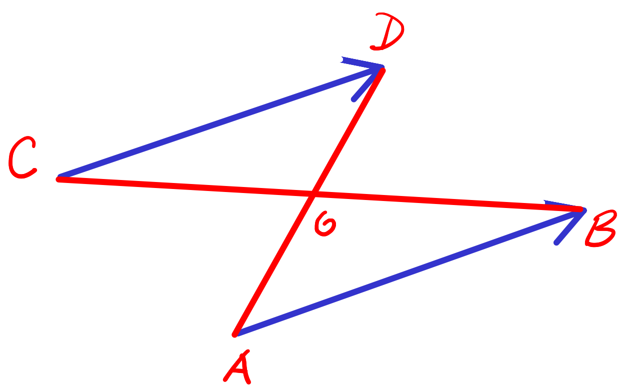


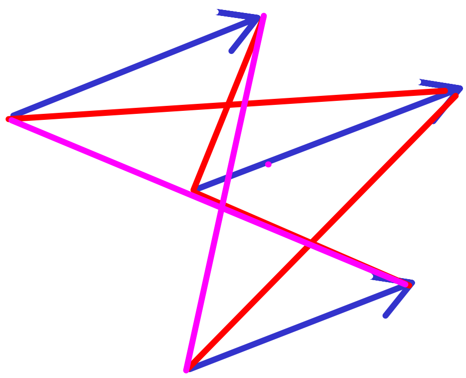
vektori učvršćeni u A

ali uvodimo još dodatno i nul-vektor učvršćen u A,

$\vec{0}_A = \vec{AA}$

SLOBODNI VEKTOR = razred ekvivalencije usmjerenih dužina (učvršćenih u raznim točkama) gdje su dvije usmjerene dužine ekvivalentne ako





pravilo trokuta (Chaslesovo pravilo)

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

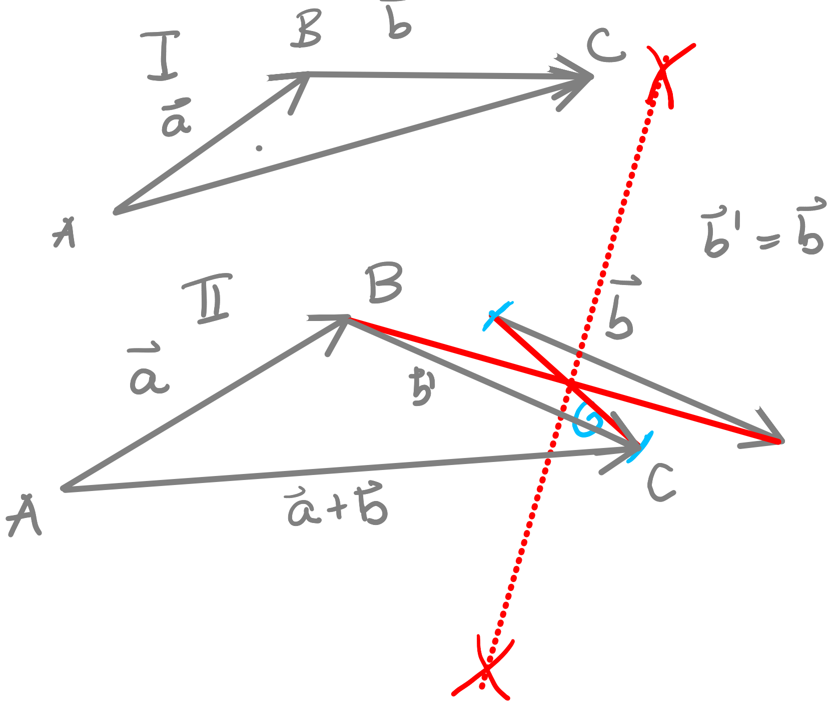
$$[\vec{AB}] + [\vec{BC}] = [\vec{AC}]$$

ne zavisi od predstavnika!

slobodni v.

$$\vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{a} = [\vec{AB}] \quad \vec{b} = [\vec{BC}]$$

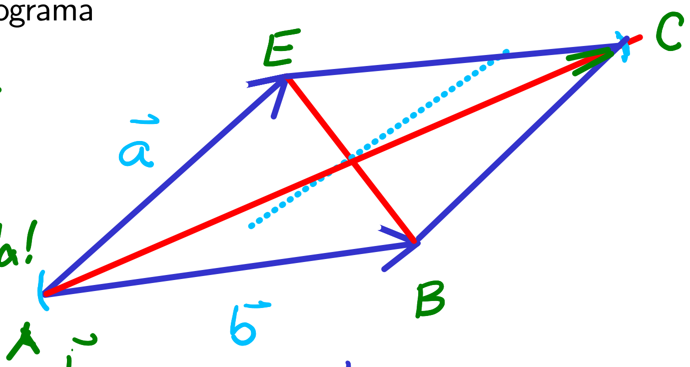


drugi način zbrajanja: pravilo paralelograma

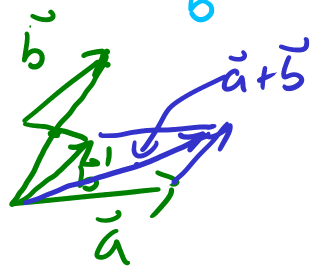
I (zbrajanje učvršćenih vektora).

$$\vec{AB}+\vec{AE}=\vec{AC}$$

dijagonala!



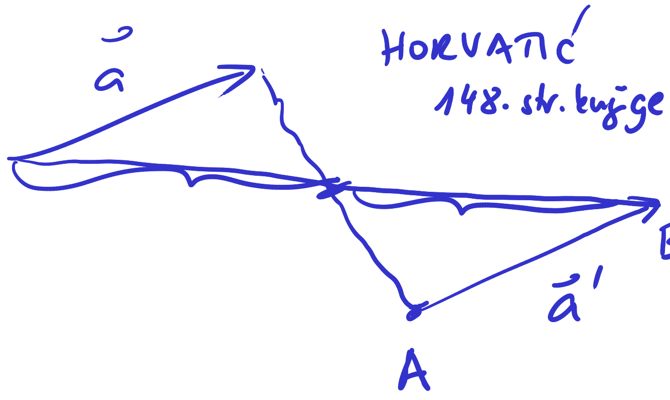
II svoditi na I



$$\boxed{\begin{array}{l}\forall \vec a\ \forall A\\ \exists!\, B\\ \vec{AB}\equiv\vec a\end{array}}$$

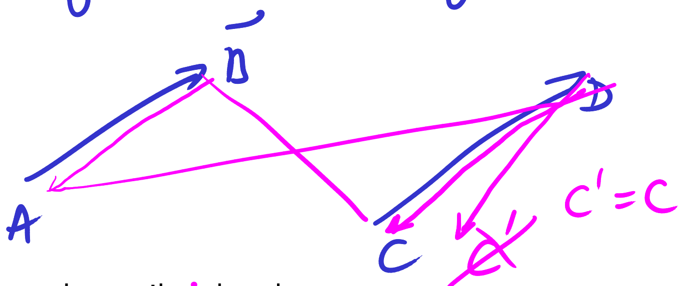
HORVATIĆ

148. str. knjige



∃!B tako da $\vec a' \equiv \vec a$

$$\vec{AB}+\underbrace{\vec{BB}}_{\vec 0} = \vec{AB} = \underbrace{\vec{AA}}_{\vec 0}+\vec{AB}$$



$C'=C$

$\vec a=[\vec{AB}]$

$[\vec{BA}]=-\vec a$

SUPROTNI VEKTOR

okreni predstavnika

bilo kojeg predstavnika ako okrenemo dobijemo istu klasu

$$\vec{AB}+\vec{BA}=\vec{AA}=\vec 0$$

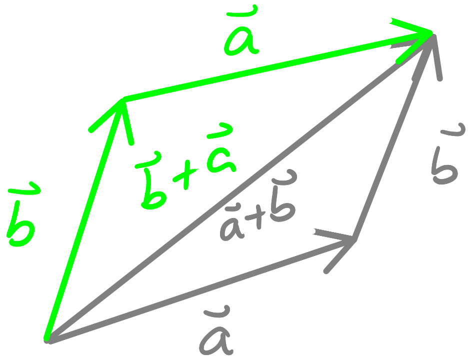
asocijativnost zbrajanja $\underbrace{(\vec{AB}+\vec{BC})}_{\vec{AC}}+\vec{CD} \stackrel{?}{=} \vec{AB}+\underbrace{(\vec{BC}+\vec{CD})}_{\vec{BD}}$

$$\underbrace{\vec{AC}+\vec{CD}}_{\vec{AD}} = \underbrace{\vec{AB}+\vec{BD}}_{\vec{AD}}$$

vektori čine Abelovu grupu

$\vec{AB}+\vec{BC}=\vec{BC}+\vec{AB}$ → iz paralelograma (nacrtaj!)

komutativnost zbrajanja vektora



sivi trokut daje zbroj $\vec{a}+\vec{b}$ po pravilu trokuta
zeleni trokut daje zbroj $\vec{b}+\vec{a}$ po pravilu trokuta

dakle zbrajanje vektora po pravilu trokuta je komutativno $\vec{b}+\vec{a} = \vec{a}+\vec{b}$