mat1 kol1 12.11.2020. IME i PREZIME:

OGLEDNI PRIMJERAK, razlikuje se od stvarnog testa.

1. Definiraj pojam funkcije iz skupa X u skup Y.

2. Neka je R relacija na skupu $S = \{1, 2, 3\}$ dana s $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (3, 3)\}$. Je li ta relacija a) simetrična, b) refleksivna, c) tranzitivna, d) antisimetrična.

3. a) Koliko elemenata ima skup $\{1, 1, \{1\}, \{\{2\}\}, \{2\}\}$. b) Koliko podskupova ima skup $K = \{3, 6, 8, 9\}$. c) Napiši karakterističnu funkciju $\chi_S : K \to \{0, 1\}$ podskupa $S = \{3, 8\}$ skupa K.

4. Neka je A proizvoljni skup i $\phi(x)$ i $\psi(x)$ dva predikata s domenom A, dakle za $x \in A$ tvrdnja $\phi(x)$ je istina ili laž.

Unutar skupa A promatrajmo podskupove $L = \{x \in A | \neg\psi(x)\}$, $V = \{x \in A | \phi(x) \vee \psi(x)\}$, $Z = \{x \in A | \neg\phi(x) \wedge \neg\psi(x)\}$ i $T = \{x \in A | \phi(x)\}$. Napišite sve inkluzije medju tim podskupovima (tj. koji je kojem podskup). Nartajte Vennov dijagram svih tih skupova.

5. Skupovi $A = \{3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 3, 5\}$, $C = \{2, 3, 5, 6, 7\}$.
a) $(A \triangle C) \setminus B =$

b) $B \times (A \cup \{1\}) =$

6. Napiši tablicu istinitosti složenog suda $\neg R \vee (\neg T \vee S)$.

7. Zaokruži točne tvrdnje, gdje su P, Q, sudovi, x, y varijable, c, d konstante, a ϕ, ψ predikati s jednim argumentom, χ predikat s dva argumenta; varijable x, y i konstante c, d su istog tipa (iz iste domene).

i) Iz $P \implies \neg Q$ i Q možemo zaključiti $\neg P$

ii) Iz $(\forall x)\phi(x)$ možemo zaključiti $\phi(c)$

iii) Iz $(\exists x)\neg\phi(x)$ možemo zaključiti $\neg((\forall x)\neg\phi(x))$

iv) Iz $\phi(c)$ možemo zaključiti $(\forall x)\phi(x)$

v) Iz $(\exists y)\phi(y) \wedge (\exists x)\psi(x)$ možemo zaključiti $(\exists x)(\phi(x) \wedge \psi(x))$

vi) Iz $\phi(c) \wedge (\exists x)\psi(x)$ možemo zaključiti $\psi(c)$

vii) Iz $\neg\neg P$ možemo zaključiti P

viii) Iz $\neg P \vee \neg Q$ možemo zaključiti $\neg(P \wedge Q)$

ix) Nužan uvjet da postoji kompozicija $g \circ f$ je da je domena od g isto što i kodomena od f

x) Uvijek vrijedi $P \vee \neg P$

xi) Uvijek vrijedi $(P \implies Q) \Leftrightarrow \neg(\neg P \wedge Q)$

xii) Iz tvrdnje $(P \implies Q) \vee (Q \implies P)$ slijedi $P \Leftrightarrow Q$.

8. Neka su zadani skupovi $A = \{a, y, u\}$ i $C = \{3, 4, 5\}$ te funkcije $f : A \to A$ zadana s $f : a \mapsto y$, $y \mapsto u$, $u \mapsto u$, $d \mapsto b$ i $g : A \to C$ zadana s $g : a \mapsto 3$, $y \mapsto 4$, $u \mapsto 5$.

Nadji kompoziciju funkcija $g \circ f$ (tj. nadji njenu domenu i kodomenu i odredi njene vrijednosti za sve elemente skupa njene domene).

9. Kakva je razlika izmedju leme, korolara, propozicije i teorema ?

10. Objasni pravilo zaključivanja modus tolens. Objasni što je kontrapozicija implikacije.

11. Postoji bijekcija sa skupa svih relacija strogog uredjaja na skupu T na skup svih relacija nestrogog uredjaja na istom skupu T. Kako od nestrogog uredjaja na T dobijemo strogi uredjaj na T?

12. Neka su C, D, E skupovi. Podsjetimo se simboličkog prikazivanja skupova. Unija $C \cup D$ se simbolički definira kao $\{x | x \in C \vee x \in D\}$.

a) Napiši simbolički definiciju skupa H koji sadrži točno one elemente koji su u C, a nisu u barem jednom od skupova D i E.

b) Napiši simbolički definiciju skupa svih elemenata koji su su u C ili D, a nisu u E .