mat1 kol1 12.11.2020. IME i PREZIME:

Zabranjeni mobiteli i kalkulatori.

1. Definiraj pojam binarne relacije iz skupa C u skup D.

2. Neka je R relacija na skupu $S = \{1, 2, 3\}$ dana s $R = \{(1, 1), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 3)\}$. Je li ta relacija a) simetrična, b) refleksivna, c) tranzitivna. (za svako od 3 posebno je/nije)

3. Koliko elemenata ima a) skup $\{1, 1, \{1\}, 2, 2\}$, b) partitivni skup $\mathcal{P}(K)$ skupa $K = \{a, b, c, d\}$, gdje su a, b, c, d različiti simboli.

4. Neka je A proizvoljni skup i $\phi(x)$ i $\psi(x)$ dva predikata s domenom A, dakle za $x \in A$ tvrdnja $\phi(x)$ je istina ili laž.

Unutar skupa A promatrajmo podskupove $U = \{x \in A | \psi(x)\}$, $V = \{x \in A | \phi(x) \vee \psi(x)\}$, $Z = \{x \in A | \phi(x) \wedge \neg\psi(x)\}$ i $T = \{x \in A | \neg\phi(x)\}$. Nacrtajte Vennov dijagram koji prikazuje odnose podskupova U, V, Z, T u općem slučaju.

5. Skupovi $A = \{f, g, 1, 2\}$, $B = \{1, 3, g\}$, $C = \{f, h, 2\}$.
a) $(A \cup B) \backslash (C \cap A) =$

b) $A \triangle C =$

c) $A \times (B \cup \{1, 4\}) =$

6. Napiši tablicu istinitosti složenog suda $R \vee \neg(T \wedge \neg S)$.

7. Zaokruži točne tvrdnje, gdje su P, Q, sudovi, x, y varijable, c, d konstante, a ϕ, ψ predikati s jednim argumentom, χ predikat s dva argumenta; varijable x, y i konstante c, d su istog tipa (iz iste domene).

i) Iz $P \implies Q$ i $\neg Q$ možemo zaključiti $\neg P$

ii) Iz $(\forall x)\phi(x)$ možemo zaključiti $(\exists x)\phi(x)$

iii) Iz $(\exists x)\phi(x)$ možemo zaključiti $\phi(c)$

iv) Iz $\phi(c)$ možemo zaključiti $(\exists x)\phi(x)$

v) Iz $(\exists y)(\phi(y) \wedge \psi(y))$ možemo zaključiti $(\exists x)\phi(x) \wedge (\exists y)\psi(y)$

vi) Iz $\phi(c) \wedge \psi(c)$ možemo zaključiti $\psi(c)$

vii) Iz $(\exists x)(\neg\psi(x))$ možemo zaključiti $\neg((\forall y)\psi(y))$

viii) Iz $\neg P \wedge \neg Q$ možemo zaključiti $\neg(P \vee Q)$

ix) Funkcija može eventualno imati inverz samo ako je surjekcija.

x) Iz $(\exists x)(\forall y)\chi(x, y)$ slijedi $(\forall y)(\exists x)\chi(x, y)$

xi) Iz $\exists!(\neg\phi(x))$, $\phi(c)$ i $\phi(d)$ možemo zaključiti $c = d$.

8. Ako je $\chi(z)$ predikat s jednim argumentom, definiraj simbolički u računu predikata (dakle pomoću varijabli, predikata, logičkih operacija, kvantifikatora i zagrada) $(\exists! z)\chi(z)$

8. Neka su zadani skupovi $A = \{a, b, c, d\}$ i $B = \{1, 2, 3\}$ te funkcije $f : A \to A$ zadana s $f : a \mapsto d$, $b \mapsto b$, $c \mapsto d$, $d \mapsto b$ i $g : A \to B$ zadana s $g : a \mapsto 3$, $b \mapsto 2$, $c \mapsto 1$, $d \mapsto 1$.

Nadji kompoziciju funkcija $g \circ f$ (tj. nadji njenu domenu i kodomenu i odredi njene vrijednosti za sve elemente skupa njene domene).

10. Kad kažemo za aksiomatsku teoriju da je proturječna ? Kad kažemo da je potpuna ?

11. Postoji bijekcija sa skupa svih relacija strogog uredjaja na skupu T na skup svih relacija nestrogog uredjaja na istom skupu T. Kako od nestrogog uredjaja na S dobijemo strogi uredjaj na T?

12. Neka su C, D, E skupovi. Podsjetimo se simboličkog prikazivanja skupova. Unija $C \cup D$ se simbolički definira kao $\{x | x \in C \vee x \in D\}$.

a) Napiši simbolički definiciju skupa H koji sadrži točno one elemente koji su u C ili u D (moguće u oba), a nisu istovremeno u D i E.

b) Napiši simbolički definiciju skupa svih elemenata koji su u točno jednom od tri skupa C, D, E (nisu ni u koja dva istovremeno).