

# Matematika 3 – Prvi kolokvij (Grupa A)

Za ostvariti maksimalan učinak, dovoljno je sakupiti ukupno 35 bodova.

## Zadatak 1.

- (a) Iskažite osnovni teorem algebre (**2 boda**). Pomoću njega dokažite da se svaki polinom s vodećim koeficijentom 1 može na jedinstven način do na poredak faktora zapisati kao umnožak linearnih izraza (**3 boda**). Pri tome smijete koristiti činjenicu da je polinom  $P(x)$  djeljiv s polinomom  $(x - x_0)$  ako je  $x_0$  nultočka polinoma  $P(x)$ .
- (b) (**3 boda**) Provjerite jeli polinom  $P(x)$  djeljiv s polinomom  $Q(x)$  za:
- (i)  $P(x) = x^3 + 4x^2 - 15x - 18$ ,  $Q(x) = x - 2$
  - (ii)  $P(x) = 2x^5 - 2x^4 - x^3 + 3x^2 - 2x$ ,  $Q(x) = x^2 - x$
  - (iii)  $P(x) = x^{42} - x^{40} - x^{37} - x^{36} + x^{18} + x^{17} - 3x^2 + 3$ ,  $Q(x) = x^2 - 1$

## Zadatak 2. (5 bodova) Odredite prirodne domene sljedećih realnih funkcija:

(a)  $f(x) = \frac{1}{\sin(2x)}$    (b)  $f(x) = \frac{x + \cos(x)}{\ln(x + 2)}$    (c)  $f(x) = \ln(\cos^2(x))$

## Zadatak 3. (5 bodova) Grafički odredite rješenje sustava linearnih nejednadžbi

$$\begin{aligned} 2y + 4x &\geq 2 \\ -3y + 2x - 1 &< 0 \end{aligned}$$

Pri tome pravce koji određuju rubove rješenja provucite kroz dvije točke i naznačite im sječište. Jasno naznačite djelove pravaca koji su uključeni u rješenje.

## Zadatak 4. (6 bodova) Skicirajte graf racionalne funkcije

$$f(x) = \frac{2x^2 + 7x + 3}{2x - 1}.$$

Odredite domenu, nultočke i asimptote.

## Zadatak 5. (6 bodova) Svođenjem na potpuni kvadrat odredite nultočke funkcije

$$f(x) = 2x^2 - 6x + 3.$$

Metodom translacije odredite ekstrem. Jeli ekstrem minimum ili maksimum? Skicirajte graf funkcije. Na grafu naznačite ekstrem i nultočke. Ograničite domenu i kodomenu tako da funkcija bude bijekcija, pa joj odredite inverz i skicirajte graf inverza.

## Zadatak 6. (3 boda) Dokažite $\log_a(A \cdot B) = \log_a(A) + \log_a(B)$

## Zadatak 7. (5 bodova) Izračunajte:

(a)  $9^{0.5} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{3}{2}}$    (b)  $\log_3 \frac{1}{9}$    (c)  $\log_3 \frac{4}{3} - \log_3 4$